

## **Capítulo 11**

### **EL PESO Y LA PESADA**

#### **Un millón de objetos**

Un objeto pesa 89,4 g. Calcule mentalmente cuántas toneladas pesará un millón de estos objetos.

#### **La miel y el kerosene**

Un tarro de miel pesa 500 g. Este mismo tarro lleno de kerosene pesa 350 g. El kerosene es dos veces más ligero que la miel.

¿Cuánto pesa el tarro?

#### **El peso del tronco**

Un tronco redondo pesa 30 kg.

¿Cuánto pesaría si fuera el doble de grueso y la mitad de largo?

#### **Debajo del agua**

En una balanza ordinaria hay: en un platillo, un canto que pesa 2 kg exactos, y en el otro, una pesa de hierro de 2 kg. Yo sumergí con precaución este peso en agua.

¿Siguen los platillos en equilibrio?

#### **La balanza decimal**

100 kg de clavos de hierro se equilibran en una balanza decimal, con pesas también de hierro, y la balanza se hunde en agua.

¿Se conserva el equilibrio debajo del agua?

#### **Un trozo de jabón**

En un platillo de una balanza se ha puesto un trozo de jabón, en el otro,  $\frac{3}{4}$  partes de un trozo de jabón igual, y, además, una pesa de  $\frac{3}{4}$  de kg. La balanza está en equilibrio.

¿Cuánto pesa el trozo entero de jabón?

Este problema no es difícil. Procure resolverlo mentalmente, sin recurrir al lápiz y al papel.

#### **Las gatas y los gatitos**

Por la fig. 207 puede ver que cuatro gatas y tres gatitos pesan 15 kg, y tres gatas y cuatro gatitos pesan 13 kg.

¿Cuánto pesa cada gata y cada gatito, por separado?

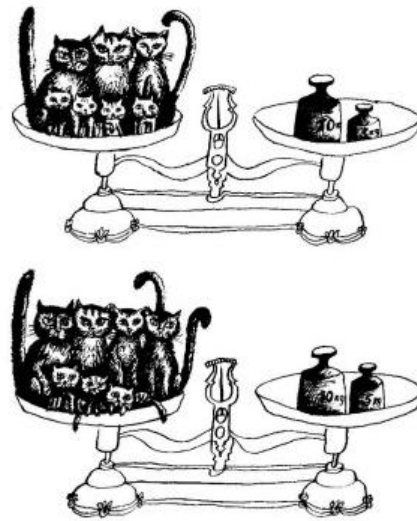


Figura 207

Se supone que todas las gatas pesan lo mismo y que los gatitos también son iguales. Procure resolver este problema mentalmente.

**Las conchas y las cuentas de vidrio**

La fig. 208 representa cómo tres cubos de un rompecabezas infantil y una concha se equilibran con 12 cuentas de vidrio y que, después, la concha sola se equilibra con un cubo y ocho cuentas.

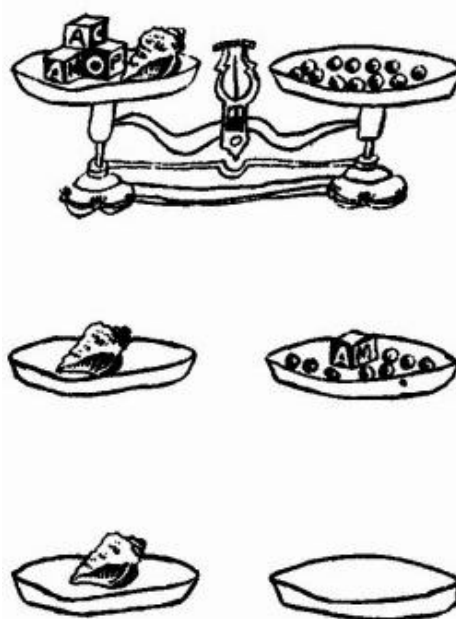


Figura 208

¿Cuántas cuentas de vidrio habrá que poner en el platillo libre de la balanza, para equilibrar la concha que está en el otro platillo?

### El peso de las frutas

Este es un problema del mismo tipo que el anterior. La fig. 209 muestra que tres manzanas y una pera pesan lo mismo que 10 melocotones, y seis melocotones y una manzana pesan lo mismo que una pera.

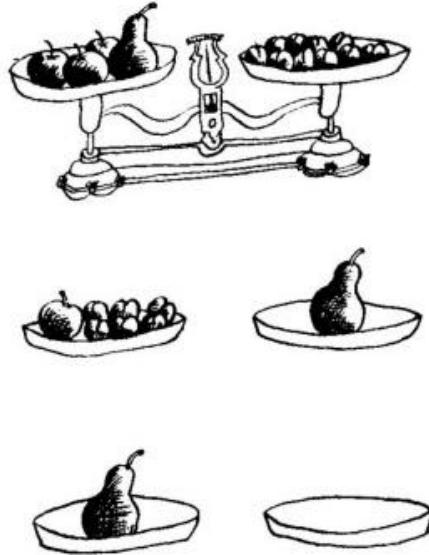


Figura 209

¿Cuántos melocotones serán necesarios para equilibrar la pera?

### ¿Cuántos vasos?

En la fig. 210 puede ver que una botella y un vaso se equilibran con una jarra; la propia botella se equilibra con el vaso y un plato pequeño; y dos jarras se equilibran con tres platos iguales que el anterior.

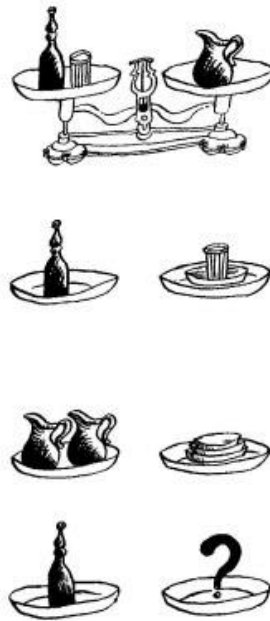


Figura 210

¿Cuántos vasos hay que poner en el platillo libre de la balanza, para equilibrar la botella?

**Con una pesa y un martillo**

Hay que distribuir 2 kg de azúcar molida en paquetes de 200 gramos. Sólo se dispone de una pesa de 500 gramos y de un martillo, que pesa 900 g.

¿Cómo conseguir los 10 paquetes de 200 g, utilizando únicamente esta pesa y el martillo?

**El problema de Arquímedes**

El más antiguo de los acertijos relativos a pesadas es, sin duda, el que Hierón II, antiguo tirano de Siracusa, le planteó al célebre matemático Arquímedes.

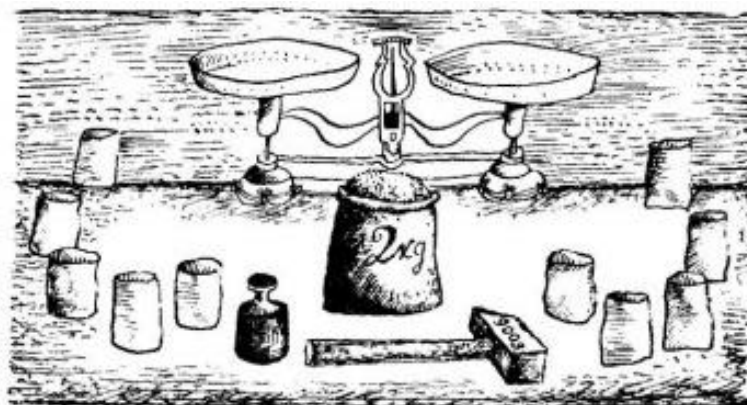


Figura 211

Dice la tradición que Hierón II encargó a un maestro orfebre que hiciera una corona para una estatua y ordenó que le entregasen la cantidad necesaria de oro y plata. Cuando le entregaron la corona acabada, la mandó pesar, y resultó que pesaba lo mismo que el oro y la plata juntos que había recibido el orfebre. Pero el tirano recibió una denuncia, según la cual el maestro se había quedado con parte del oro y lo había sustituido con plata. Hierón II llamó a Arquímedes y le propuso determinar las cantidades de oro y plata que había en la corona recién hecha.

Arquímedes resolvió este problema partiendo de que el oro puro pierde en el agua la vigésima parte de su peso, mientras que la plata sólo pierde la décima parte.

Si quiere usted probar sus fuerzas intentando resolver un problema análogo, suponga que al maestro orfebre le dieron 8 kg de oro y 2 kg de plata y que, cuando Arquímedes pesó la corona dentro del agua, pesó aquella no 10 kg, sino  $9\frac{1}{4}$  kg. Determine con estos datos con cuánto oro se quedó el orfebre. Se supone que la corona es maciza.

## SOLUCIONES

### 1. Un millón de objetos

Los cálculos de este tipo se hacen mentalmente así: hay que multiplicar 89,4 g, por un millón, es decir, por mil millares.

Multiplicamos en dos veces:  $89,4 \text{ g} \times 1000 = 89,4 \text{ kg}$ , porque el kilogramo es mil veces mayor que el gramo. Después,  $89,4 \text{ kg} \times 1000 = 89,4 \text{ t}$ , porque la tonelada es mil veces mayor que el kilogramo.

Por lo tanto, el peso buscado es 89,4 t.

### 2. La miel y el kerosene

Como la miel es dos veces más pesada que el kerosene, la diferencia de peso 500-350, es decir, 150 g, es el peso del kerosene que cabe en el tarro (el tarro lleno de miel pesa lo mismo que pesaría si en él cupiera doble cantidad de kerosene). De aquí deducimos el peso neto del tarro:  $350 - 150 = 200 \text{ g}$ . En efecto,  $500 - 200 = 300 \text{ g}$ , es decir, la miel es dos veces más pesada que el mismo volumen de kerosene.

### 3. El peso del tronco

Suelen responder que si el grosor del tronco se duplica, pero su longitud se reduce a la mitad, su peso no debe variar. Pero esto es un error. Cuando el diámetro se duplica, el volumen del tronco redondo se cuadruplica, mientras que cuando su longitud se hace la mitad, el volumen sólo disminuye hasta la mitad. Por esto el tronco grueso y corto deberá ser más pesado que el largo y delgado, es decir, deberá pesar 60 kg.

### 4. Debajo del agua

Todo cuerpo, cuando se sumerge en agua, se hace más ligero: «pierde» en peso tanto como pesa el agua que desaloja. Conociendo este principio (descubierto por Arquímedes) podemos responder sin dificultad a la pregunta planteada en el problema.

El canto de 2 kg de peso ocupa un volumen mayor que la pesa de hierro de 2 kg, porque el material de aquél (granito) es más liviano que el hierro. De aquí se deduce que el canto desaloja más volumen de agua que la pesa, y, por el principio de Arquímedes, pierde dentro del agua más peso que la pesa. Así, pues, la balanza, dentro del agua, se inclinará hacia el lado de la pesa.

### 5. La balanza decimal

Cuando se sumerge en agua un objeto de hierro (macizo), éste pierde la octava parte de su peso<sup>1</sup>. Por esto, las pesas pesarán debajo del agua  $\frac{7}{8}$  de su peso inicial, los clavos también pesarán  $\frac{7}{8}$  partes de su peso en seco. Y como las pesas eran 10 veces más ligeras que los clavos, debajo del agua también serán 10 veces más livianas y, por consiguiente, la balanza decimal seguirá en equilibrio debajo del agua.

### 6. Un trozo de jabón

$\frac{3}{4}$  partes del trozo de jabón +  $\frac{3}{4}$  de kg pesan tanto como el trozo entero. Pero este trozo entero contiene  $\frac{3}{4}$  partes del trozo +  $\frac{1}{4}$  parte del mismo. Por consiguiente,  $\frac{1}{4}$  parte del trozo pesa  $\frac{3}{4}$  de kg, y el trozo entero pesa cuatro veces más que  $\frac{3}{4}$  de kg, es decir, 3 kg.

### 7. Las gatas y los gatitos

Comparando ambas pesadas se ve fácilmente que, con la sustitución de una gata por un gatito, el peso total disminuye en 2 kg. De aquí se deduce que la gata pesa 2 kg más que el gatito. Conociendo esto, sustituimos en la primera pesada las cuatro gatas por gatitos: tendremos entonces  $4 + 3 = 7$  gatitos, que pesarán no 15 kg, sino  $2 \times 4$ , o sea, 8 kg menos. Es decir, los 7 gatitos pesarán  $15 - 8 = 7$  kg. Está claro, pues, que 1 gatito pesa 1 kg y una gata,  $1 + 2 = 3$  kg.

### 8. La concha y las cuentas de vidrio

Compare la primera pesada con la segunda. Verá usted que, en la primera pesada, la concha puede sustituirse por un cubo y ocho cuentas de vidrio, puesto que lo uno y lo otro pesan lo mismo. En este caso tendríamos en el platillo de la izquierda cuatro cubos y ocho cuentas, y esto estaría equilibrado por 12 cuentas. Quitando ahora ocho cuentas de cada platillo no violaremos el equilibrio. Pero en el platillo de la izquierda quedan cuatro cubos, y en el de la derecha, cuatro cuentas. Esto quiere decir que un cubo pesa lo mismo que una cuenta. Ahora está claro cuántas cuentas de vidrio pesa la concha: sustituyendo (en la segunda pesada) un cubo por una cuenta, en el platillo de la derecha, sabemos que la concha pesa lo mismo que nueve cuentas de vidrio.

Este resultado es fácil de comprobar.

Sustituya en la primera pesada los cubos y la concha, del platillo de la izquierda, por el número correspondiente de cuentas, y obtendrá  $3 + 9 = 12$ , como tenía que ser.

### 9. El peso de las frutas

Sustituimos, en la primera pesada, la pera por seis melocotones y una manzana; tenemos derecho a hacer esto, porque la pera pesa tanto como seis melocotones y una manzana. Tendremos entonces en el platillo de la izquierda cuatro manzanas y seis melocotones, y en el derecho, 10 melocotones. Quitando de cada platillo seis melocotones, sabemos que cuatro manzanas pesan lo mismo que cuatro melocotones. De aquí se deduce que un melocotón pesa lo mismo que una manzana.

Ahora es ya fácil comprender que la pera pesa lo mismo que siete melocotones.

### 10. ¿Cuántos vasos?

---

<sup>1</sup> Esta cifra no se da en las condiciones del problema, porque, para su resolución, no tiene importancia que la propia magnitud de la pérdida sea la octava, la décima o la vigésima parte del peso.

Este problema puede resolverse por diversos procedimientos. He aquí uno de ellos.

En la tercera pesada se sustituye cada jarra por una botella y un vaso (según la primera pesada, al hacer esto la balanza debe seguir en equilibrio). Sabemos entonces que dos botellas y dos vasos equilibran tres platos pequeños. Basándonos en la segunda pesada podemos sustituir cada botella por un vaso y un plato pequeño. Resulta que cuatro vasos y dos platos pequeños se equilibran con tres platos pequeños.

Quitando dos platos pequeños de cada platillo de la balanza, establecemos que cuatro vasos equilibran a un plato.

Por consiguiente, una botella se equilibra (por comparación con la segunda pesada) con cinco vasos.

### 11. Con una pesa y un martillo

El orden en que deben hacerse las pesadas es el que sigue. Primero se pone en un platillo el martillo y en el otro, la pesa y la cantidad de azúcar molida necesaria para que la balanza esté en equilibrio. Está claro que el azúcar echado en este platillo pesará  $900 - 500 = 400$  g. Esta misma operación se repite tres veces más. El azúcar restante pesará  $2000 - (4 \times 400) = 400$  g.

Ahora no queda más que dividir en dos partes iguales cada uno de los cinco paquetes de 400 gramos así obtenidos. Esto puede hacerse fácilmente sin pesas: se va echando el contenido del paquete de 400 gramos en dos paquetes colocados en los platillos de la balanza, hasta que ésta queda en equilibrio.

### 12. El problema de Arquímedes

Si la corona encargada estuviera hecha de oro puro, fuera del agua pesaría 10 kg, y dentro del agua perdería la vigésima parte de su peso, es decir  $1/2$  kg. Pero, como sabemos, la corona no pierde dentro del agua  $1/2$  kg, sino  $10 - 9 \frac{1}{4} = 3/4$  de kg. Esto ocurre porque la corona contiene plata -metal que sumergido en el agua pierde no la vigésima parte de su peso, sino la décima. La corona debe tener tanta plata como se necesita para perder en el agua no  $1/2$  kg, sino  $3/4$  de kg, es decir  $1/4$  de kg más. Si en nuestra corona de oro puro sustituimos mentalmente 1 kg de oro por plata, la pérdida que experimenta aquélla en el agua será mayor que antes en  $1/10 - 1/20 = 1/20$  kg. Por consiguiente, para que resulte la pérdida de  $1/4$  de kg más de peso, hay que sustituir por plata tantos kilogramos de oro como veces  $1/20$  de kg está contenido en  $1/4$  de kg; pero  $1/4 : 1/20 = 5$ . Por lo tanto, la corona tenía 5 kg de plata y 5 kg de oro en vez de 2 kg de plata y 8 de oro, es decir, 3 kg de oro habrían sido sustraídos y sustituidos por plata.

Quitando dos platos pequeños de cada platillo de la balanza, establecemos que cuatro vasos equilibran a un plato.

Por consiguiente, una botella se equilibra (por comparación con la segunda pesada) con cinco vasos.

### 13. Con una pesa y un martillo

El orden en que deben hacerse las pesadas es el que sigue. Primero se pone en un platillo el martillo y en el otro, la pesa y la cantidad de azúcar molida necesaria para que la balanza esté en equilibrio. Está claro que el azúcar echado en este platillo pesará  $900 - 500 = 400$  g. Esta misma operación se repite tres veces más. El azúcar restante pesará  $2000 - (4 \times 400) = 400$  g.

Ahora no queda más que dividir en dos partes iguales cada uno de los cinco paquetes de 400 gramos así obtenidos. Esto puede hacerse fácilmente sin pesas: se va echando el contenido del paquete de 400 gramos en dos paquetes colocados en los platillos de la balanza, hasta que ésta queda en equilibrio.

**14. El problema de Arquímedes**

Si la corona encargada estuviera hecha de oro puro, fuera del agua pesaría 10 kg, y dentro del agua perdería la vigésima parte de su peso, es decir  $1/2$  kg. Pero, como sabemos, la corona no pierde dentro del agua  $1/2$  kg, sino  $10 - 91/4 = 3/4$  de kg. Esto ocurre porque la corona contiene plata -metal que sumergido en el agua pierde no la vigésima parte de su peso, sino la décima. La corona debe tener tanta plata como se necesita para perder en el agua no  $1/2$  kg, sino  $3/4$  de kg, es decir  $1/4$  de kg más. Si en nuestra corona de oro puro sustituimos mentalmente 1 kg de oro por plata, la pérdida que experimenta aquélla en el agua será mayor que antes en  $1/10 - 1/20 = 1/20$  kg. Por consiguiente, para que resulte la pérdida de  $1/4$  de kg más de peso, hay que sustituir por plata tantos kilogramos de oro como veces  $1/20$  de kg está contenido en  $1/4$  de kg; pero  $1/4 : 1/20 = 5$ . Por lo tanto, la corona tenía 5 kg de plata y 5 kg de oro en vez de 2 kg de plata y 8 de oro, es decir, 3 kg de oro habían sido substraídos y sustituidos por plata.